

Fuzzy Logic

Unit 4

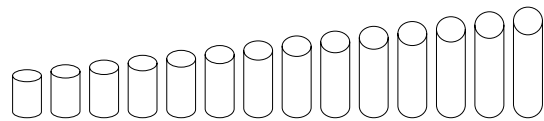
You will Know

- Fuzzy logic
 - What/Why/How
- Fuzzy rule
- Fuzzy inference
- Fuzzy expert system

Fuzzy

- 你的成績及格
 - 分數 ≥ 60 叫及格, 那考59分跟考60分的實際差距有多少?
- 你的身高很高
 - 身高 $\geq 180\text{cm}$ 稱為高, 那身高179cm呢?
 - 不是高代表矮?
 - 179cm是高還是矮?

Fuzzy



- p4-3的例子
 - 原木到木椅

Fuzzy

- Fuzzy: 模糊
 - 不是只有對/錯, 是/非, 0/1
- Fuzzy logic
 - 不是邏輯本身是模糊的, 而是用來描述模糊的邏輯
 - 模糊邏輯的定義是: 基於歸屬度而不是經典二元邏輯中清晰歸屬關係的知識表達的一組數學原理
- 知識
 - Rule: 確定性的問題
 - Uncertainty: 不確定的問題, 以機率或確定因數描述
 - Fuzzy: 以模糊理論來描述不確定的邏輯問題

Thinking...

- 想想下面的描述
 - 克里特島上的哲學家說: 所有的克里特人都說謊
 - 拉塞爾村子內的理髮師只給那些不能給自己理髮的人理髮
- 布林代數與模糊邏輯

命題	布林代數	模糊邏輯
所有的克里特人都說謊	0 或 1的結果	0 到 1 不同程度的結果
村子內的理髮師只給那些不能給自己理髮的人理髮	0 或 1的結果	0 到 1 不同程度的結果

Fuzzy Set

p4-4

- Boolean
 - 考慮一個元素 $x: x \in X, \text{ or } x \notin X$
- Fuzzy
 - 考慮一個元素 $x: x$ 屬於 X 的歸屬程度

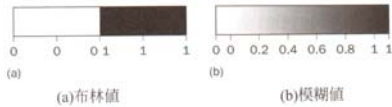


圖 4-1 布林和模糊邏輯的邏輯值範圍

表 4-1 “高個子男人”的歸屬度

姓名	身高(cm)	歸屬度	
		清晰的	模糊的
Chris	208	1	1.00
Mark	205	1	1.00
Joha	198	1	0.98
Tom	181	1	0.82
David	179	0	0.78
Mike	172	0	0.24
Bob	167	0	0.15
Steven	158	0	0.06
ill	155	0	0.01
Peter	152	0	0.00

p4-6

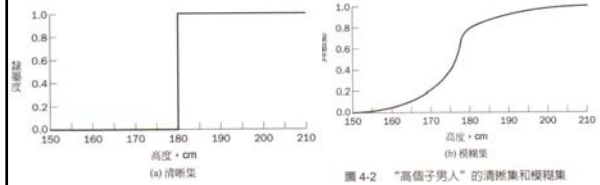


圖 4-2 “高個子男人”的清晰集和模糊集

Fuzzy Set

p4-7

- Boolean $f_A(x): X \rightarrow \{0,1\}$, where

$$f_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x \in A \\ 0, & \text{if } x \notin A \end{cases}$$
 $f_A(x)$ 稱之為集合 A 的特徵函數
- Fuzzy $u_A(x): X \rightarrow [0,1]$, where

$$u_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{如果 } x \text{ 完全在 } A \text{ 中} \\ 0, & \text{如果 } x \text{ 完全不在 } A \text{ 中} \\ \text{otherwise,} & \text{如果 } x \text{ 部分在 } A \text{ 中} \end{cases}$$
 $u_A(x)$ 稱之為集合 A 的歸屬函數 (member function)

Fuzzy Set

- 模糊集可以簡單的定義成具有模糊邊界的集合
- 歸屬函數
 - 決定集合內各元素與針對命題之關係
 - 決定各元素對此命題的隸屬度(0 to 1)
 - 隸屬度代表著此元素對這命題的正確程度

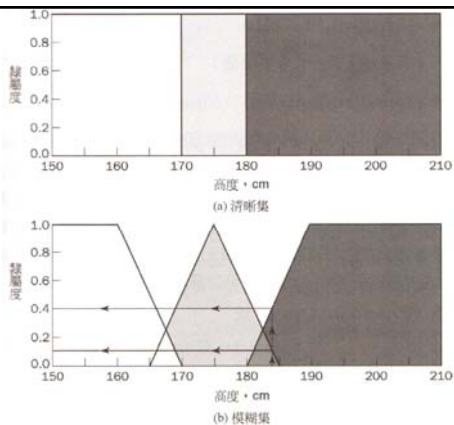


圖 4-3 矮個子、中等身高和高個子男人的清晰集和模糊集

Fuzzy Set

p4-9

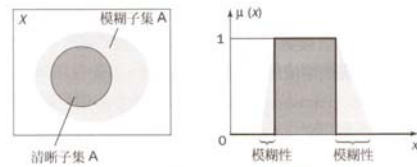


圖 4-4 X 的清晰子集和模糊子集表示

$u_A(x)$: 高的歸屬函數

$$u_A(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 190 \\ 0, & x \leq 180 \\ \frac{x-180}{190-180}, & 180 < x < 190 \end{cases}$$

你身高 184cm
代表 0.4 的高
也就是有 0.4 高的成分

Fuzzy Set 範例

p4-10

- 用圖4.3的高矮為例, 如何表示資料?
- 高
 - tall men = (0/180, 0.5/185, 1/190)
- 矮
 - short men = (0/170, 0.5/165, 1/160)
- 中等身材
 - average men = (0/165, 1/175, 0/185)

德明科技大學資訊科技系

13

言語的描述

p4-11

- 一般會話中有各式各樣的程度差異描述
 - 通用修飾詞: very, quite, extremely
 - 真值: quite true, mostly false
 - 機率: likely, not very likely
 - 量詞: most, several, few
 - 可能性: almost impossible, quite impossible

下面考慮在實際應用中經常用到的模糊限制語。

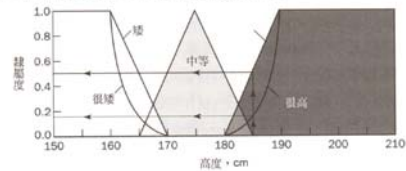


圖 4-5 帶有模糊限制語“很”的模糊集

14

表 4-2 模糊邏輯中模糊限制語的表示

模糊限制語	數學表示	圖例表示
A little	$[\mu(x)]^{1/3}$	
Slightly	$[\mu(x)]^{1/2}$	
Very	$[\mu(x)]^2$	
Extremely	$[\mu(x)]^3$	
Very very	$[\mu(x)]^4$	
More or less	$\sqrt{\mu(x)}$	
Somewhat	$\sqrt{\mu(x)}$	
Indeed	$2[\mu(x)]^2$ 如果 $0 < \mu < 0.5$ $1 - 2[1 - \mu(x)]^2$ 如果 $0.5 < \mu < 1$	

15

Operator

p4-15

- Boolean
 - 補集, 包含於, 交集, 聯集
 - 交換性, 結合性, 分配性, 遞移性, 狄摩根定理
- 基本上fuzzy logic是由boolean logic所轉換過來的, 所以原先boolean所擁有的運算, 在fuzzy上都有, 只是這時處理的就不是”絕對”的結果
- Fuzzy
 - 補集, 包含於, 交集, 聯集
 - 交換性, 結合性, 分配性, 遞移性, 狄摩根定理

德明科技大學資訊科技系

16

Cantor's sets

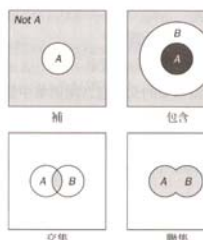


圖 4-6 經典的集操作

模糊集

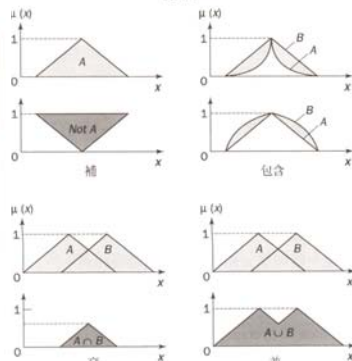


圖 4-7 模糊集的操作

Fuzzy Rule

p4-20

Boolean Rule

If speed > 100
Then stopping_distance is long

If speed < 40
Then stopping_distance is short

boolean variable

Fuzzy Rule

If speed is faster
Then stopping_distance is long

If speed is slow
Then stopping_distance is short

fuzzy condition

speed: 0~220km, 可以構成很多樣的boolean rule
使用fuzzy rule可以大幅整合許多的boolean rule

德明科技大學資訊科技系

18

Fuzzy Rule

- Fuzzy rule 包含兩部份
 - If: 此時在if部分的條件都是部分為真(隸屬度)
 - Then: 在結果的部份, 依照條件之隸屬度(正確的程度)決定結果完成的程度
- 因此在fuzzy rule的推導過程中, 每個rule理論上都會被激發(fire), 差別只在於程度的差異而已
 - Boolean rule則是符合條件的(true)才會fire

Example: Fuzzy Rule

- 現在有身高與體重兩個fuzzy set
 - 有一fuzzy rule If height is *tall* Then weight is *heavy*
- “*tall* => *heavy*” 代表*tall*的程度可以反應*heavy*的程度

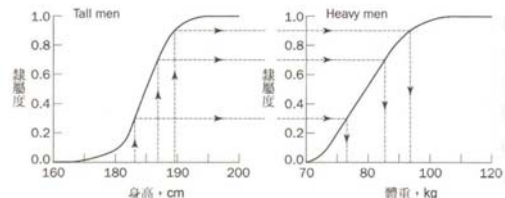


圖 4-9 男性體重值的單調選擇

Fuzzy Inference

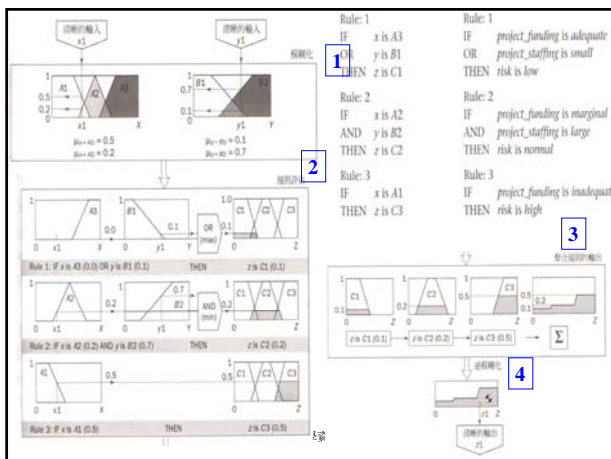
Rules: $A \Rightarrow B, B \Rightarrow C$

Boolean if A is true then we can imply C is true

Fuzzy Assume A is true with 0.7, then??

Fuzzy Inference

- 使用模糊集理論, 由輸入對應到輸出的過程
- Mamdani-style 推理
 - 模糊化
 - 由輸入值對應到每個fuzzy set的隸屬度
 - 規則評估
 - 決定各規則的激發程度
 - 聚合規則的輸出
 - 將各規則的結果整合至單一fuzzy set表示
 - 逆模糊化
 - 將整合的fuzzy set結果轉換成明確的輸出



規則評估

- OR的運算


```
IF x is A3 (0.0)
OR y is B1 (0.1)
THEN z is C1 (0.1)

 $\mu_{C1}(z) = \max[\mu_{A3}(x), \mu_{B1}(y)] = \max[0.0, 0.1] = 0.1$ 
or
 $\mu_{C1}(z) = \text{probor}[\mu_{A3}(x), \mu_{B1}(y)] = 0.0 + 0.1 - 0.0 \times 0.1 = 0.1$ 
```
- AND的運算


```
IF x is A2 (0.2)
AND y is B2 (0.7)
THEN z is C2 (0.2)

 $\mu_{C2}(z) = \min[\mu_{A2}(x), \mu_{B2}(y)] = \min[0.2, 0.7] = 0.2$ 
or
 $\mu_{C2}(z) = \text{prod}[\mu_{A2}(x), \mu_{B2}(y)] = 0.2 \times 0.7 = 0.14$ 
```

模糊專家系統

- Expert System + Fuzzy Set
 - 有專家系統的部份, 因此需要系統的建置
 - 使用者輸入
 - 執行結果的輸出
 - 知識規則的建立與維護
 - 知識規則的推導
 - Fuzzy Set的部份
 - 取代傳統專家系統之Boolean Rule
 - Fuzzy Set必須與使用者輸入結合

德明科技大學資訊科技系

25

模糊專家系統

1. 指定問題並定義語言變數
2. 定義模糊集
3. 抽取並構建模糊規則
4. 對模糊集、模糊規則和流程進行程式編碼, 以便在專家系統中進行模糊推理
5. 評估並調整系統

德明科技大學資訊科技系

26

模糊專家系統

- 指定問題並定義語言變數
 - 以零件備件服務中心為例: p4-33
 - 情境
 - 目標
- 依照知識工程的方法來描述問題
 - 確定問題的輸入、輸出等變數

在我們的問題中, 有四個主要的語言變數: 平均等待時間(平均延遲) m 、服務中心的修理利用因數 ρ 、服務員人數 s 以及初始零件備件數量 n 。

德明科技大學資訊科技系

27

表 4-3 語言變數及其範圍

語言變數: 平均延遲, m		
語言值	符號	值範圍(標準化)
Very Short	VS	[0, 0.3]
Short	S	[0.1, 0.5]
Medium	M	[0.4, 0.7]

語言變數: 服務員人數, s		
語言值	符號	值範圍(標準化)
Small	S	[0, 0.35]
Medium	M	[0.30, 0.70]
Large	L	[0.60, 1]

語言變數: 修理利用因數, ρ		
語言值	符號	值範圍(標準化)
Low	L	[0, 0.6]
Medium	M	[0.4, 0.8]
High	H	[0.6, 1]

語言變數: 零件備件數, n		
語言值	符號	值範圍(標準化)
Very Small	VS	[0, 0.30]
Small	S	[0, 0.40]
Rather Small	RS	[0.25, 0.45]
Medium	M	[0.30, 0.70]
Rather Large	RL	[0.55, 0.75]
Large	L	[0.60, 1]
Very Large	VL	[0.70, 1]

28

模糊專家系統

- 定義模糊集

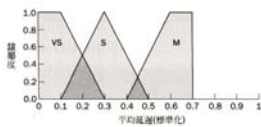


圖 4-16 平均延遲 m 的模糊集

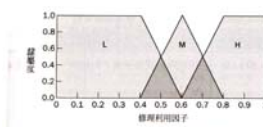


圖 4-18 修理利用因數 ρ 的模糊集

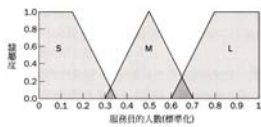


圖 4-17 服務員人數 s 的模糊集



圖 4-19 零件備件數量 n 的模糊集

德明科技大學資訊科技系

29

模糊專家系統

- 抽取並構建模糊規則
 - 由專家決定如何使用前面定義的模糊語言變數來解決問題

表 4-4 規則表													
m	s	ρ	n	規則	m	s	ρ	n	規則	m	s	ρ	n
VS	S	L	VS	10	VS	S	M	S	19	VS	S	H	VL
S	S	L	VS	11	S	S	M	VS	20	S	S	H	L
M	S	L	VS	12	M	S	M	VS	21	M	S	H	M
VS	M	L	VS	13	VS	M	M	RS	22	VS	M	H	M
S	M	L	VS	14	S	M	M	S	23	S	M	H	M
M	M	L	VS	15	M	M	M	VS	24	M	M	H	S
VS	L	L	S	16	VS	L	M	M	25	VS	L	H	RL
S	L	L	S	17	S	L	M	RS	26	S	L	H	M
M	L	L	VS	18	M	L	M	S	27	M	L	H	RS

Rule Base 1			
1.	If (utilisation_factor is L) then (number_of_spare is S)		
2.	If (utilisation_factor is M) then (number_of_spare is M)		
3.	If (utilisation_factor is H) then (number_of_spare is L)		
4.	If (mean_delay is VS) and (number_of_servers is S) then (number_of_spare is VL)		
5.	If (mean_delay is S) and (number_of_servers is L) then (number_of_spare is L)		
6.	If (mean_delay is M) and (number_of_servers is S) then (number_of_spare is M)		
7.	If (mean_delay is VS) and (number_of_servers is M) then (number_of_spare is RL)		
8.	If (mean_delay is S) and (number_of_servers is M) then (number_of_spare is RS)		
9.	If (mean_delay is M) and (number_of_servers is L) then (number_of_spare is S)		
10.	If (mean_delay is VS) and (number_of_servers is L) then (number_of_spare is M)		
11.	If (mean_delay is S) and (number_of_servers is L) then (number_of_spare is S)		
12.	If (mean_delay is M) and (number_of_servers is L) then (number_of_spare is VS)		

德明科技大學資訊科技系

模糊專家系統

p4-41

- 對模糊集、模糊規則和流程進程式編碼，以便在專家系統中進行模糊推理
 - 就是實際去寫程式
 - Matlab: Fuzzy Logic ToolBox
- 評估並調整系統
 - 檢查產生之模糊系統是否滿足最初之要求
 - 調整的過程中，必須搭配專家來檢視系統成果是否與知識相符